

Bijlage 9A

Wiskundige bijlage

Deze bijlage leidt het individuele aanbod van de competitieve onderneming en het competitieve evenwicht algebraïsch af.

We gebruiken de volgende notatie:

- q verwijst naar de output van een individuele onderneming,
- p staat voor de prijs, en
- n is het aantal ondernemingen dat actief is op de markt.

De totale output van alle ondernemingen bedraagt dus $n \cdot q$.

We beperken ons tot de lange termijn en veronderstellen dat elke onderneming toegang heeft tot dezelfde productietechnologie. Dit vertaalt zich in identieke ondernemingen, die allemaal beschreven worden door dezelfde totale langetermijnkostenfunctie $TK_{LT}(q)$. De marktvaart wordt beschreven door $V(p)$: hoe lager de prijs hoe hoger de gevraagde hoeveelheid p .

Een competitief evenwicht is het trio (q^*, p^*, n^*) dat voldoet aan de volgende drie voorwaarden:

a) Optimale individuele output

$$q^* \text{ maximaliseert } W(q) = TO(q) - TK_{LT}(q).$$

b) Winsten zijn gelijk aan nul

$$W(q^*) = TO(q^*) - TK_{LT}(q^*) = 0.$$

c) Marktvraag is gelijk aan marktaanbod

$$V(p^*) = n^* q^*.$$

Voorwaarde (a) is een maximalisering en drukken we daarom uit door de winstfunctie af te leiden naar q . We maken daarbij gebruik van de definitie van totale opbrengsten $TO(q) = p \cdot q$, waarbij de prijs gegeven is en niet afhangt van q . Dit geeft de volgende voorwaarde van eerste orde:

$$\begin{aligned} \frac{dW(q^*)}{dq} = 0 &\Leftrightarrow \frac{dTO(q^*)}{dq} = \frac{dTK_{LT}(q^*)}{dq} \\ &\Leftrightarrow p^* = MK_{LT}(q^*) \end{aligned} \quad (9A.1)$$

of prijs gelijk aan marginale kost. De voorwaarde van tweede orde zegt dat de tweede afgeleide van de winst naar q negatief moet zijn:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dq} \left[\frac{dW(q^*)}{dq} \right] < 0 &\Leftrightarrow \frac{d}{dq} [p^* - MK_{LT}(q^*)] < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{d}{dq} MK_{LT}(q^*) > 0. \end{aligned} \quad (9A.2)$$

De winstmaximaliserende output is dus zodanig dat de prijs gelijk is aan de marginale kost op een punt van de marginale kostencurve waar de marginale kosten toenemen.

Voorwaarde (b) kunnen we herschrijven door gebruik te maken van de definitie van totale opbrengsten $TO(q) = p \cdot q$ en de definitie van de gemiddelde kostenfunctie $GK_{LT}(q) = TK_{LT}(q) / q$. Wanneer we dan beide termen uit voorwaarde (b) delen door q^* , krijgen we:

$$p^* = GK_{LT}(q^*). \quad (9A.3)$$

Samengevat, kunnen we een competitief evenwicht dus ook omschrijven als het trio (q^*, p^*, n^*) dat het volgende stelsel van drie vergelijkingen oplost:

- a) $p^* = MK_{LT}(q^*)$
- b) $p^* = GK_{LT}(q^*)$
- c) $V(p^*) = n^* q^*$.

waarbij de oplossing van (a) ook moet voldoen aan $\frac{d}{dq} MK_{LT}(q^*) > 0$.

We kunnen dit stelsel recursief oplossen. Eerst lossen we (a) en (b) op naar q^* en p^* . Meer concreet volgt uit (a) en (b) dat het punt (q^*, p^*) het snijpunt is van de marginale en de gemiddelde kostencurve op lange termijn. Omdat de marginale kostencurve de gemiddelde kostencurve in haar minimum snijdt, moet dus ook gelden dat de prijs p^* het minimum is van de gemiddelde kostencurve.¹ Nadien substitueren we de gevonden oplossing in (c) om het aantal ondernemingen n^* te berekenen.

¹ Bijgevolg maken ondernemingen op lange termijn geen economische winst.