Bijlage 20A

Groeifactoren en indices

In deze bijlage gaan we dieper in op enkele veelgebruikte prijs- en hoeveelheidsindices. We belichten ook de koopkrachtpariteitswisselkoers, die toelaat om aggregaten tussen landen te vergelijken.

1 Nominale groei

De aggregaten zoals het bbp, de private consumptie, de investeringen enzovoort worden in eerste instantie bekomen door alle elementen ervan op te nemen tegen de prijs van het jaar zelf. Het aggregaat in kwestie van het jaar *t* kan (zie vergelijking (20.2) van het handboek) voorgesteld worden door:

$$\sum_i p_i^t q_i^t. \tag{20A.1}$$

Datzelfde aggregaat in een vorig jaar 0 stellen we voor door

$$\sum_i p_i^0 q_i^0. \tag{20B.2}$$

De vergelijking van die twee aggregaten levert ons de nominale groei op. We interesseren ons voor de relatieve verandering (zoals in kolommen (3) en (4) van tabel 20.3). Nemen we de uitdrukking

$$\frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}, \tag{20A.3}$$

dan gaat het om een index met als basis 1. Anders gezegd hebben we hier een groeifactor, het getal waarmee het aggregaat van het jaar 0 moet vermenigvuldigd om dit van het jaar *t* te bekomen. Dit wat ongebruikelijk format vinden we terug bij de constructie van de kettingindexen.[1] We houden het in wat volgt bij dat soort format op basis 1.

2 Prijs- en kwantiteitsindices

Zoals tabel 20.1 uit het handboek op eenvoudige wijze duidelijk maakt, heeft dezelfde nominale groei een totaal andere betekenis voor de welvaart als hij het gevolg is van een stijging van de hoeveelheid goederen dan wanneer hij enkel de prijsstijging reflecteert.

[1] Door van de groeifactor 1 af te trekken en dit verschil met 100 te vermenigvuldigen krijg je de procentuele nominale groei (zoals in vergelijking (20.16)) Vermenigvuldig je de groeifactor gewoon met 100, krijg je een index basis 100 van de nominale groei.

Het is daarom belangrijk de prijsstijging van de toename van de hoeveelheden te kunnen scheiden. Dat doen we aan de hand van indices. Wij onderscheiden er vier zoals in de volgende tabel.

Tabel 20A.1: prijs- of hoeveelheidsverandering?

	Kwantiteitsindex	Prijsindex
Laspeyres	$\frac{\sum_i p_i^0 q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}$	$\frac{\sum_i p_i^t q_i^0}{\sum_i p_i^0 q_i^0}$
Paasche	$\frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^t q_i^0}$,	$\frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^t}$

Dat er in de linkerkolom kwantiteitsindices staan, blijkt uit het tijd-superscript dat verschilt in teller en noemer van de hoeveelheden q_i. In de teller staat het lopend jaar *t* en in de noemer het basisjaar 0. De prijzen waarmee de hoeveelheden worden 'gewogen' zijn dezelfde in teller en noemer.

Van de prijsindices, in de rechtse kolom zijn het de prijzen p_i waarvan het tijd-superscript tussen teller en noemer verschilt. Hier meten we immers hoe het prijsniveau evolueerde. En daarom houden we ditmaal de hoeveelheden, waarmee we de prijzen wegen, tussen teller en noemer constant.

Het zijn die wegingen waarin de zogenaamde Laspeyres- en Paasche-indices van elkaar verschillen. De Laspeyres index haalt zijn wegingen uit het basisjaar 0. De kwantiteiten worden gewogen met prijzen van het jaar 0, de prijzen met kwantiteiten van het jaar 0. De Paasche-indices ontlenen daarentegen hun wegingen aan het lopend jaar *t*.

De vier indices uit de tabel kunnen nu in verband worden gebracht met de index van de nominale groei.

Zoals blijkt uit de volgende uitdrukking kan de index van de nominale groei geïnterpreteerd worden als het product van de Paasche-kwantiteitsindex en de Laspeyres-prijsindex.

$$\frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^t q_i^0} \cdot \frac{\sum_i p_i^t q_i^0}{\sum_i p_i^0 q_i^0} = \frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}. \tag{20A.4}$$

En dus vind je bijvoorbeeld de Laspeyres-prijsindex als je de index van de nominale groei deelt door de Paasche-kwantiteitsindex.

$$\frac{\dfrac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}}{\dfrac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^t q_i^0}} = \frac{\sum_i p_i^t q_i^0}{\sum_i p_i^0 q_i^0}. \qquad (20A.5)$$

Ook het product van de Laspeyres-kwantiteitsindex en de Paasche-prijsindex geeft de index van de nominale groei

$$\frac{\sum_i p_i^0 q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0} \cdot \frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^t} = \frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}. \qquad (20A.6)$$

Dat houdt uiteraard in dat wanneer je de index van de nominale groei deelt door de Laspeyres-kwantiteitsindex je op een Paasche-prijsindex uitkomt.

$$\frac{\dfrac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}}{\dfrac{\sum_i p_i^0 q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^0}} = \frac{\sum_i p_i^t q_i^t}{\sum_i p_i^0 q_i^t}. \qquad (20A.7)$$

Wanneer het aggregaat in kwestie het bbp betreft, noemen we deze Paasche-prijsindex de bbp-deflator (zie handboek vergelijking (20.7)). Ook bij kettingindices vinden we deze samenhang tussen kwantiteitsindex en bbp-deflator terug.

3 Kettingindices

In de appelen en peren economie van tabel 20.1 situeerden we het jaar *t* (2019) slechts twee jaar later dan het jaar 0 (2017). Maar met alleen maar appelen en peren hadden we ook het jaar 0 in 1990 kunnen kiezen en de prijzen van 1990 gebruiken om de kwantiteiten van 2019 in het bbp op te nemen. In de moderne dynamische economieën stoot deze procedure echter op het probleem van de verandering in de samenstelling van de verschillende aggregaten. Er is vooreerst de verandering in de kenmerken van de goederen en diensten De beeldbuis uit 1990 is nog moeilijk te vergelijken met een flatscreen in 2019. En sommige zaken die in 1990 bestonden, zijn nu quasi verdwenen en courante producten van nu moesten nog worden uitgevonden in 1990. Denk maar aan de iPod en aan de smartphone.

Voor dit probleem van de te grote spreidstand vormen kettingindexen een oplossing. Het enige kenmerk van een kettingindex is dat hij slechts twee elkaar opeenvolgende jaren betreft. Hij kan in principe toegepast worden op de vier indexen uit bovenstaande tabel.

De toepassing waarnaar op p. 586 van het handboek wordt verwezen, betreft een kwantiteitsindex van het bbp. Meer bepaald gaat het in dit concrete geval om een Laspeyres-kwantiteitsindex, hoewel we de redenering ook aan de hand van een Paasche-kwantiteitsindex hadden kunnen opbouwen. Eén schakel uit de Laspeyres-kettingindex ziet er als volgt uit:

$$\frac{\sum_i p_i^t q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^t}. \tag{20A.8}$$

Die schakel is een groeifactor. Door opeenvolgende groeifactoren met elkaar te vermenigvuldigen bekomen we het reële bbp. Nemen we het jaar *t* als basisjaar dan wordt 'het reële bbp van de jaren *t* tot *t*+*n* in kettingprijzen, referentiejaar *t*' als volgt berekend:

$$\sum_i p_i^t q_i^t \cdot \frac{\sum_i p_i^t q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^t} \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+2}}{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}} \cdot \ldots \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+n-1} q_i^{t+n}}{\sum_i p_i^{t+n-1} q_i^{t+n-1}}. \tag{20A.9}$$

Het bbp van elk jaar is het product van het bbp van het basisjaar (dit is dus per definitie zowel het nominale als het reële bbp) en een aantal 'groeifactoren'. Het 'reële bbp in kettingprijzen van het jaar *t*+2, referentiejaar *t*' is bijvoorbeeld:

$$\sum_i p_i^t q_i^t \cdot \frac{\sum_i p_i^t q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^t} \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+2}}{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}. \tag{20A.10}$$

Elk van de groeifactoren bestrijkt slechts twee opeenvolgende jaren. Zo wordt het probleem van de veranderende samenstelling van goederen en diensten geminimaliseerd.

Rest nog aan te tonen dat het nominaal bbp gedeeld door het reëel bbp in kettingprijzen de bbp-deflator als uitkomst geeft. We starten met dit bewijs voor de jaren *t* tot *t*+2. Daarvoor nemen we als uitgangspunt de volgende voorstelling van de drie opeenvolgende nominale bbp's:

$$\sum_i p_i^t q_i^t \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^t} \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+2} q_i^{t+2}}{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}. \tag{20A.11}$$

Deze nominale bbp's delen we vervolgens door de reële bbp's die de kettingindex ons opleverde

$$\frac{\sum_i p_i^t q_i^t \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^t} \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+2} q_i^{t+2}}{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}}{\sum_i p_i^t q_i^t \cdot \frac{\sum_i p_i^t q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^t} \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+2}}{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}}. \tag{20A.12}$$

Door in teller en noemer de overeenkomende uitdrukkingen te schrappen en met 100 te vermenigvuldigen, krijgen we de bbp-deflatoren waarbij de prijzen gewogen worden met de kwantiteiten van het latere jaar. Het gaat dus om de Paasche-prijsindexen die in het handboek op p. 588 werden vermeld.

$$100 \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+1}}{\sum_i p_i^t q_i^{t+1}} \cdot \frac{\sum_i p_i^{t+2} q_i^{t+2}}{\sum_i p_i^{t+1} q_i^{t+2}}. \tag{20A.13}$$

4 Koopkrachtpariteitswisselkoers

Nu willen we aggregaten tussen landen vergelijken. Nemen we het voorbeeld van het Chinese en het Amerikaanse per capita bbp. Hoeveel armer is de gemiddelde Chinees dan de gemiddelde Amerikaan?

In een eerste poging zoeken we het antwoord door alles in dollar uit te drukken. We noemen *WK* het aantal Chinese yuan dat je krijgt als je een dollar omwisselt tegen yuan op de wisselmarkt. $1/WK$ stelt dan het aantal dollars per yuan voor. Dan krijgen we de volgende verhouding:

$$\frac{\sum_i \frac{1}{WK} p_i^{CH} q_i^{CH}}{\sum_i p_i^{VS} q_i^{VS}}. \tag{20A.14}$$

Teller en noemer in dollar zijn beide in dollar uitgedrukt daar we de Chinese prijzen vermenigvuldigden met hoeveel dollar één Chinese yuan op de wisselmarkt waard is.

Daarmee is de kous helaas niet af. Het probleem is dat je met een dollar in China meer van het zelfde kan kopen dan in de VS. De Amerikaanse toerist vindt het in China erg goedkoop. Formeel uitgedrukt:

$$\frac{1}{WK} p_i^{CH} < p_i^{VS}. \tag{20A.15}$$

Zo onderschatten we het Chinese bbp per capita. Beter is in plaats van de Chinese prijzen in dollar om te zetten, ze gewoon te vervangen door de dollarprijzen waaraan de goederen en diensten in de VS verkocht worden. Zo kom je tot

$$\frac{\sum_i p_i^{VS} q_i^{CH}}{\sum_i p_i^{VS} q_i^{VS}} \tag{20A.16}$$

We herkennen in deze verhouding een kwantiteitsindex. Het volstaat in de hoger gedefinieerde kwantiteitsindices dat we het jaar t door China vervangen en de VS in de plaats stellen van het jaar 0. Met deze substituties gaat het om een Laspeyres-kwantiteitsindex.

In plaats van de Chinese prijzen met $1/WK$ te vermenigvuldigen hebben we ze door de Amerikaanse prijzen vervangen. Of nog anders uitgedrukt: we hebben elke p_i^{CH} vermenigvuldigd met

$$\frac{p_i^{VS}}{p_i^{CH}}. \tag{20A.17}$$

Deze verhouding stelt de zogenaamde koopkrachtpariteitswisselkoers van de yuan voor. Deze koopkrachtpariteitswisselkoers kent aan de yuan dezelfde koopkracht toe in de VS als in China. Daar we WK bepaalden als hoeveel andere munt één dollar waard is, is het gebruikelijker het over de koopkrachtpariteitswisselkoers van de dollar te hebben. We duiden die aan met WK^*. Hij beantwoordt aan

$$WK_i^* = \frac{p_i^{CH}}{p_i^{VS}}. \tag{20A.18}$$

Waardoor de verhouding tussen het Chinese en Amerikaanse per capita bbp kan herschreven worden als:

$$\frac{\sum_i \frac{1}{WK_i^*} \cdot p_i^{CH} q_i^{CH}}{\sum_i p_i^{VS} q_i^{VS}}. \tag{20A.19}$$

In deze voorstelling is een koopkrachtpariteitswisselkoers voor elk product *i*. Theoretisch is dat perfect mogelijk maar in de praktijk wordt de koopkrachtpariteitswisselkoers WK^*. Het is deze waarde van de dollar uitgedrukt in yuan die ervoor zorgt dat een representatieve korf goederen en diensten evenveel kost in China als in de VS.

$$\frac{\frac{1}{WK^*} \sum_i p_i^{CH} q_i^{CH}}{\sum_i p_i^{VS} q_i^{VS}}. \tag{20A.20}$$